

**Волновые и кинетические процессы
в релятивистской плазме
Лекция 8**

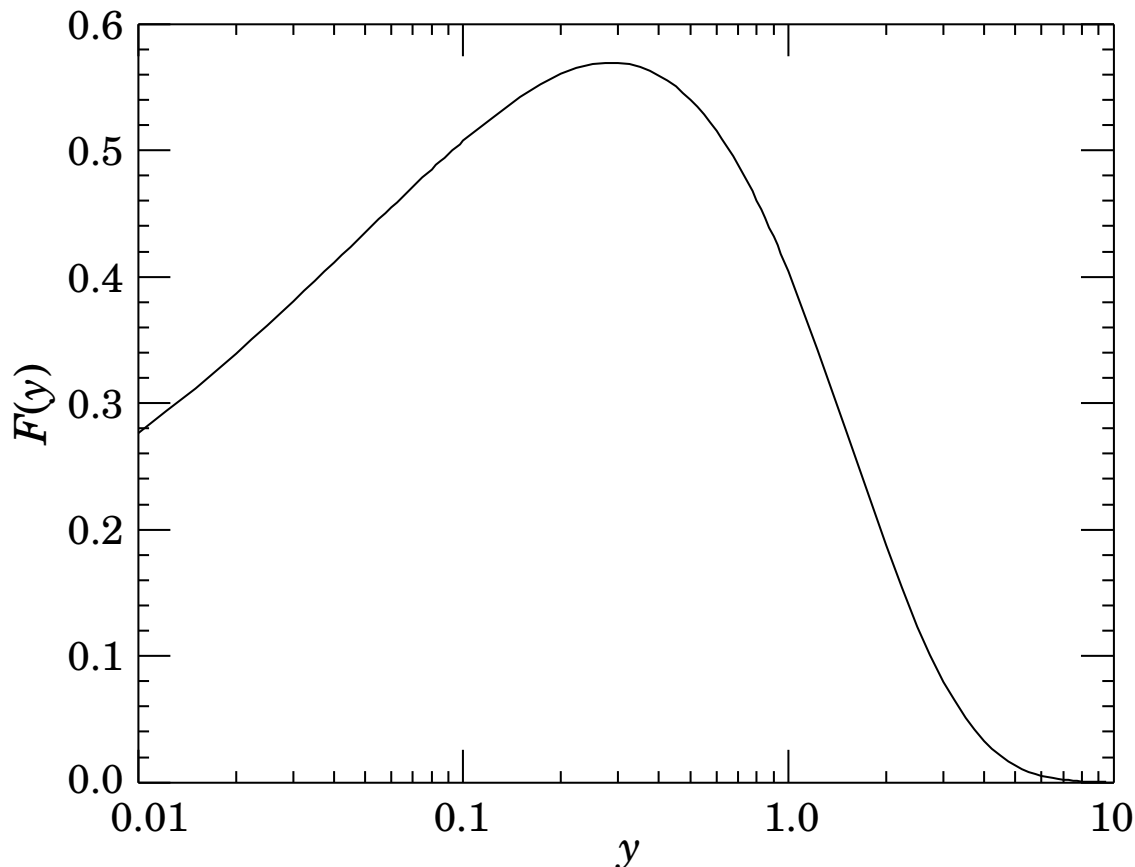
Е.В. Деришев

Институт прикладной физики РАН

Синхротронное излучение

Спектральная мощность излучения релятивистской заряженной частицы при движении поперек силовых линий магнитного поля

$$P_\omega = \frac{4}{9} q^2 \alpha \hbar \omega_B F\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$



$$F(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} y \int_y^\infty K_{5/3}(x) dx$$

$$\left(\int_0^\infty F(y) dy = 1 \right)$$

B — индукция магнитного поля

m — масса частицы

q — заряд частицы

$\gamma \gg 1$ — лоренц-фактор частицы

$\omega_B = qB/mc$ — гирочастота

$$\omega_c = \frac{3}{2} \gamma^2 \omega_B$$

$\alpha = e^2/\hbar c$ — постоянная тонкой структуры

Асимптотики синхротронного спектра

- для низких частот $\omega \ll \omega_c$: $P_\omega \approx 0.6 q^2 \alpha \hbar \omega_B \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{1/3}$
- для высоких частот $\omega \gtrsim 3\omega_c$: $P_\omega \approx 0.35 q^2 \alpha \hbar \omega_B \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{1/2} \exp(-\omega/\omega_c)$

Для изотропной функции распределения мощность синхротронного излучения в расчете на один электрон (или позитрон) составляет

$$P_{sy} = \frac{4}{3} \gamma^2 \sigma_T c W_m$$

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \quad - \quad \text{томсоновское сечение}$$

$$W_m = \frac{B^2}{8\pi} \quad - \quad \text{плотность энергии магнитного поля}$$

Особые случаи

- Сильно турбулентное магнитное поле

$$|\langle B^2 \rangle - \langle B \rangle^2| \sim \langle B \rangle^2$$

изменение высокочастотной асимптотики спектра

- Мелкомасштабная неоднородность магнитного поля

$$\ell_c \lesssim c/\omega_B$$

изменение спектра, включая положение максимума

- Плотная плазма $N \gtrsim \frac{\gamma^2 B^2}{4\pi m_e c^2}$

подавление синхротронного излучения
(эффект Разина-Цитовича)

Томсоновское рассеяние

На электрон в поле низкочастотной ($\omega \ll m_e c^2 / \hbar$) волны действует средняя сила

$$\vec{f} = \frac{2}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \langle [\vec{E}, \vec{B}] \rangle$$

Мощность излучения электрона

$$P' = \sigma_{Tc} W'_{em}$$

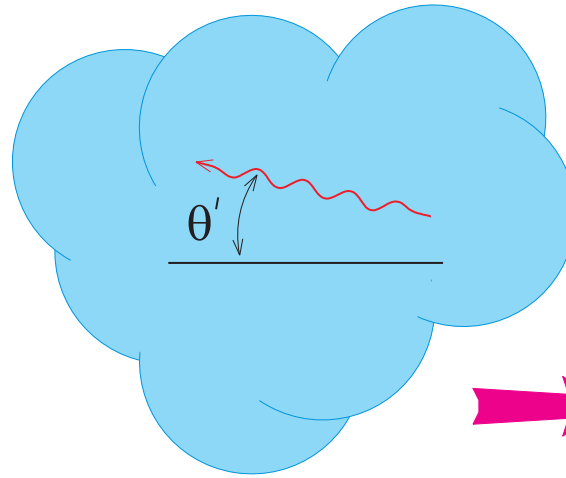
$$W'_{em} = \left\langle \frac{B^2}{8\pi} + \frac{E^2}{8\pi} \right\rangle \quad - \quad \text{плотность электромагнитной энергии волны}$$

Преобразования Лоренца

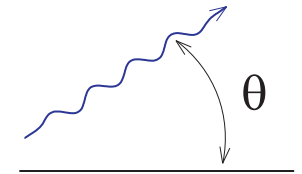
- Углы: $\cos \theta = \frac{\beta - \cos \theta'}{1 - \beta \cos \theta'}$; $\cos \theta' = \frac{\beta - \cos \theta}{1 - \beta \cos \theta}$
- Интенсивность: $I'_{\omega}(\omega') = \delta^3 \times I_{\omega}(\omega)$
- Частота: $\omega' = \delta \times \omega$

$\delta = \gamma(1 - \beta \cos \theta)$ —
доплер-фактор.

**Сопутствующая
система**



**Лабораторная
система**



Для малых углов
можно использовать

$$\theta \simeq \frac{2}{\sqrt{(\gamma\theta')^2 + 1}} \quad \text{и} \quad \delta \simeq \frac{(\gamma\theta')^2 + 1}{2\gamma}$$

$$v \sim c$$

Комптовское рассеяние (релятивистский предел)

Для изотропного поля излучения в пределе $\gamma \gg 1$

$$W'_{em} = \frac{1}{c} \int_0^\infty \oint I'_\omega d\omega' d\omega' = \frac{4}{3} \gamma^2 W_{em}$$

Средняя энергия рассеянных фотонов $\langle \hbar\omega_{sc} \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 \langle \hbar\omega \rangle$

Мощность обратного комптовского излучения

$$P_{IC} = \frac{4}{3} \gamma^2 \sigma_{Tc} W_{em}$$

Изотропия функции распределения электронов эквивалентна изотропии фотонного поля

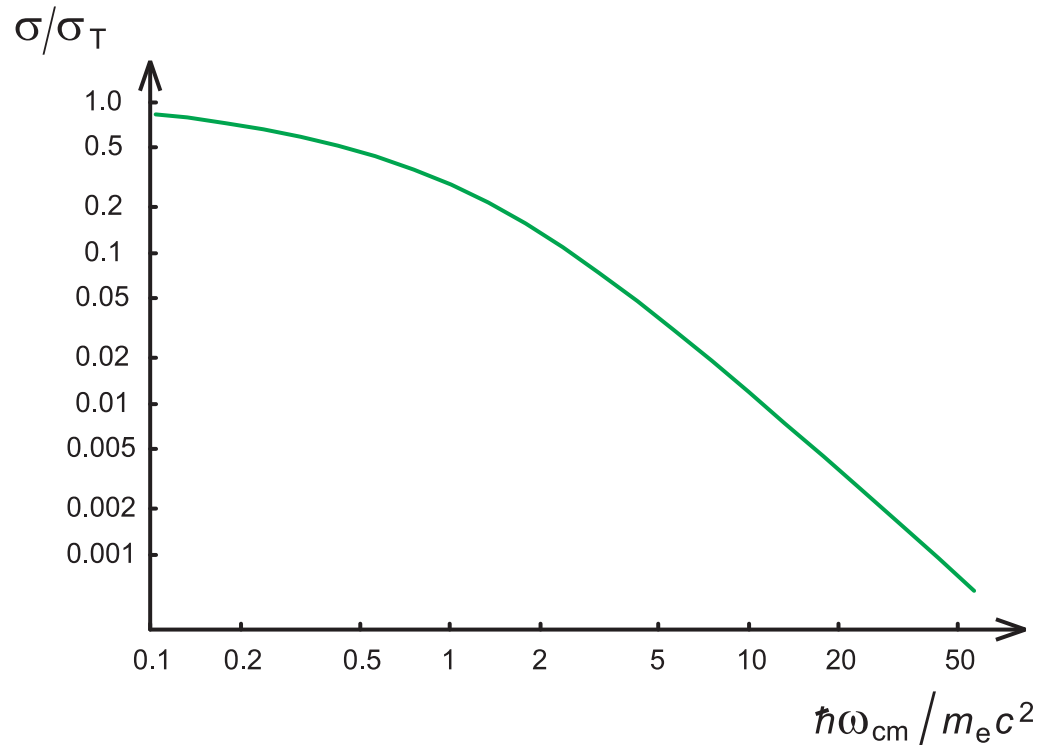
Темп излучательных потерь $P_{sy} + P_{IC} = \frac{4}{3} \gamma^2 \sigma_{Tc} (W_m + W_{em})$

Эффект Клейна-Нишины

Точное дифференциальное сечение рассеяния фотона в системе покоя электрона

$$d\sigma = \frac{3}{16\pi} \sigma_T \left[\frac{\omega_{sc}}{\omega} - \left(\frac{\omega_{sc}}{\omega} \right)^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{\omega_{sc}}{\omega} \right)^3 \right] d\theta$$

$$\omega_{sc} = \omega \left[1 + \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) \right]^{-1} \quad - \quad \text{частота рассеянного фотона}$$



В пределе $\hbar\omega \gg m_e c^2$

$$\sigma \approx \frac{3}{8} \frac{m_e c^2}{\hbar\omega} \left(\ln \frac{2\hbar\omega}{m_e c^2} + \frac{1}{2} \right) \sigma_T$$

$\hbar\omega_{cm}$ — энергия фотона в системе центра инерции

Эффект Клейна-Нишины

Мощность комптоновского излучения

$$P_{IC} = c \int_0^{\infty} \sigma_{tr}(\omega') W'_{em,\omega'} d\omega'$$

$\sigma_{tr}(\omega)$ – транспортное сечение рассеяния

В высокочастотном пределе ($\hbar\omega' \gg m_e c^2$)

$$\langle \hbar\omega_{sc} \rangle \sim \frac{1}{2} \gamma m_e c^2 \quad \text{и} \quad \sigma_{tr} \propto \omega^{-2} \ln \omega$$

В большинстве случаев можно приближенно считать

$$P_{IC} = \frac{4}{3} \gamma^2 \sigma_T c \int_0^{\frac{m_e c^2}{\gamma \hbar}} W_{em,\omega} d\omega$$

Излучение в квазистационарном режиме

Уравнение непрерывности $\frac{\partial N}{\partial t} + \text{div}(\dot{\gamma}N) = f(\gamma)$

$f(\gamma)$ – функция инжекции,

для ускоренных частиц обычно $f(\gamma) \propto \gamma^{-s}$, где $s \simeq 2$

$N(\gamma)$ – функция распределения электронов

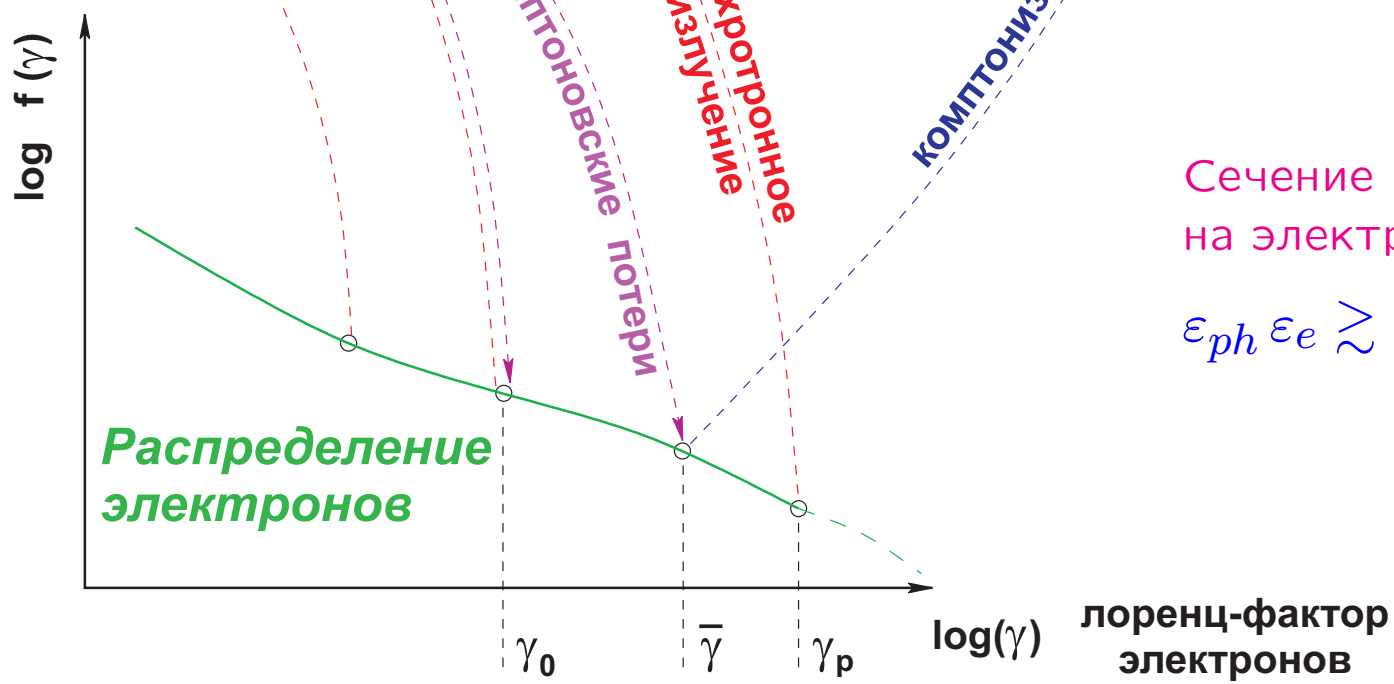
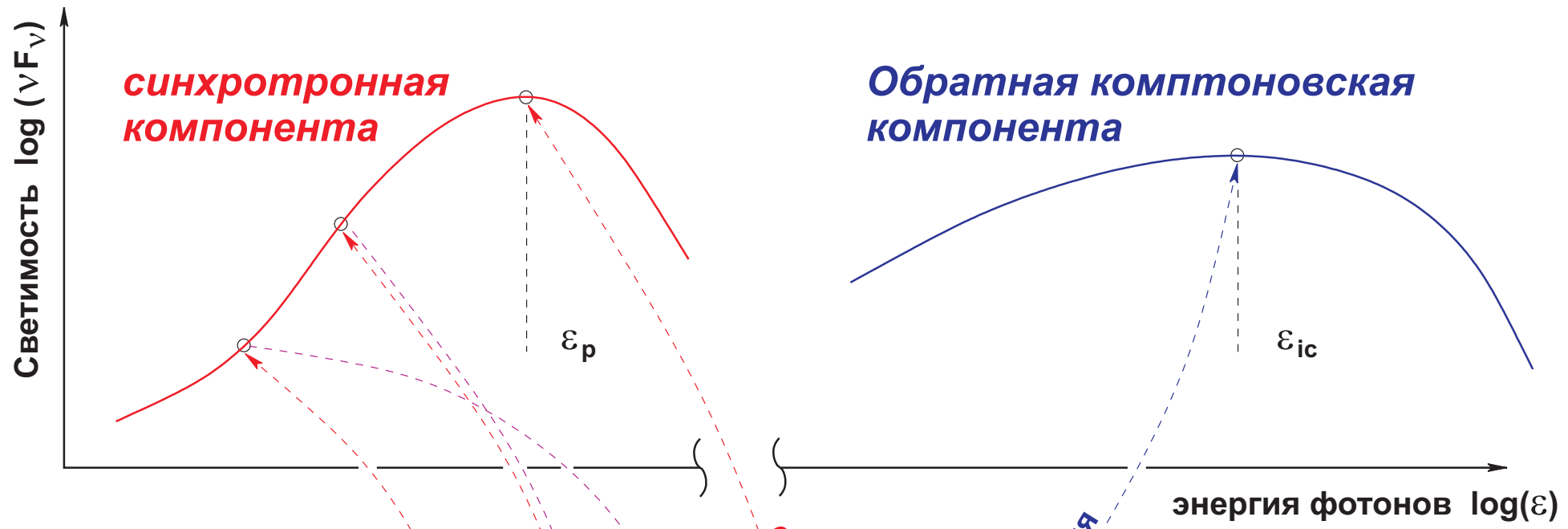
дает стационарное решение $N(\gamma) = -\frac{1}{\dot{\gamma}} \int_{\gamma}^{\infty} f(\gamma') d\gamma'$,

которому соответствует спектр

(при условии $\omega \propto \gamma^x$) $\omega L_{\omega} \propto \frac{dL}{d \ln \gamma} \propto \gamma \eta \int_{\gamma}^{\infty} f(\gamma') d\gamma'$

$\eta(\gamma)$ – доля энергии электрона, уходящая в наблюдаемый вид излучения

Самокомptonизация синхротронного излучения



Сечение рассеяния фотона на электроне падает, когда

$$\epsilon_{ph} \epsilon_e \gtrsim (m_e c^2)^2$$

Уравнение для синхротронной эффективности

$$\frac{1}{\eta(x)} = 1 + \mathcal{K} \int_0^{1/\sqrt{x}} p(x') \eta(x') dx'$$

$$\eta(\gamma) = \frac{\mathcal{L}_{sy}}{\mathcal{L}_{ic} + \mathcal{L}_{sy}} \text{ — синхротронная эффективность}$$

\mathcal{L}_{sy} и \mathcal{L}_{ic} — синхротронная и комптоновская светимости отдельного электрона

$\mathcal{K} = \tau_{ic} / (\bar{\eta} x_i)$ — комптоновский потенциал

$x = \gamma / \gamma_0$ — нормированный лоренц-фактор электронов

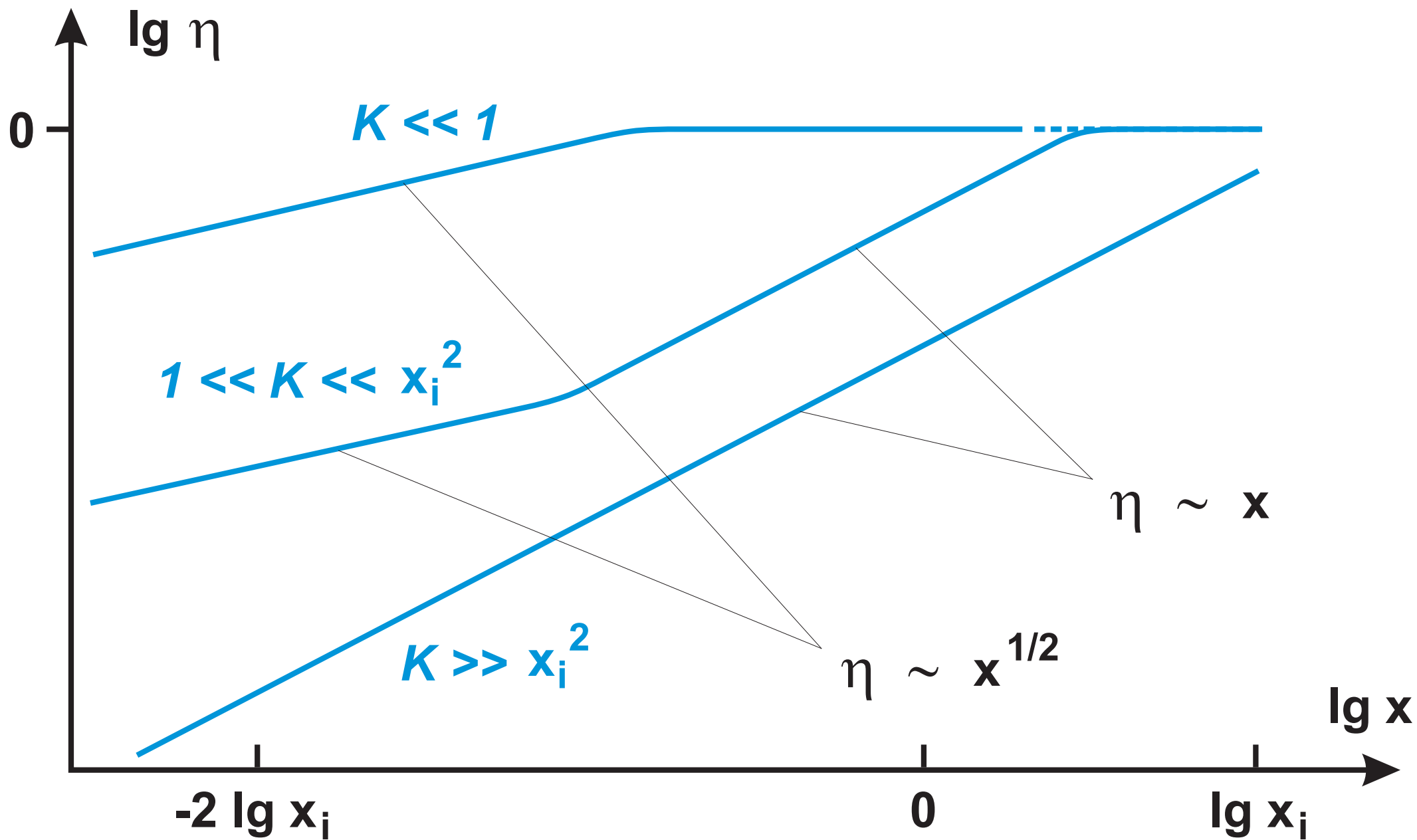
$p(x)$ — вероятность того, что электрон инжектирован с лоренц-фактором $> x$

τ_{ic} — оптическая толщина по комптонизации (\approx комптоновскому y -параметру)

$$\gamma_0 = \left(\frac{2m_e^2 c^3}{\hbar e B} \right)^{1/3} \simeq \left(\frac{10^{14} \text{ G}}{B} \right)^{1/3} ; \quad \gamma_i = \int_1^\infty p(\gamma) d\gamma + 1 ; \quad \bar{\eta} = \frac{1}{\gamma_i} \int_1^\infty p \eta d\gamma$$

- ✓ Функция распределения электронов: $f(\gamma) \propto \eta(\gamma) p(\gamma) \gamma^{-2}$
- ✓ Спектр синхротронной компоненты: $\nu F_\nu^{sy} \propto x p(x) \eta(x)$, где $x \propto \sqrt{\nu}$
- ✓ Спектр комптоновской компоненты: $\nu F_\nu^{ic} \propto x p(x) (1 - \eta)$, где $x \propto \nu$

Решения для различных комптоновских потенциалов



Некоторые выводы на примере гамма-всплесков

Магнитное поле в излучающей области

$$B \sim \frac{E_{52}^{1/2}}{t_1^{3/2} \tau_{ic}^{1/2}} \mathcal{D} \frac{10^9}{\Gamma^3} \text{ Гс}$$

Лоренц-фактор ускоренных электронов

$$\gamma_i \sim 200 \tau_{ic}^{1/4} \Gamma \frac{t_1^{3/4}}{E_{52}^{1/4}} \mathcal{D}^{-1/2}$$

Пик комптоновской компоненты в спектре

$$\varepsilon_{ic} \sim 10^{-4} \Gamma^2 \frac{t_1^{3/4}}{E_{52}^{1/4}} \mathcal{D}^{-1/2} \text{ ТЭВ}$$

Относительная доля комптоновских потерь

$$\delta E_{ic} \gtrsim \left[0.01 \frac{E_{52}^{1/4}}{t_1^{3/4}} \mathcal{D}^{1/2} \right]^\alpha$$

$\mathcal{D} = \frac{\text{длительность гамма-всплеска}}{\text{масштаб переменности}}$ — параметр переменности

t_1 — длительность всплеска в единицах 10 с

E_{52} — энергосодержание всплеска в единицах 10^{52} эрг

α ($0 < \alpha < 1$) — нч показатель спектра у синхротронной компоненты

$$\tau_{ic} \sim 1 \div 10$$

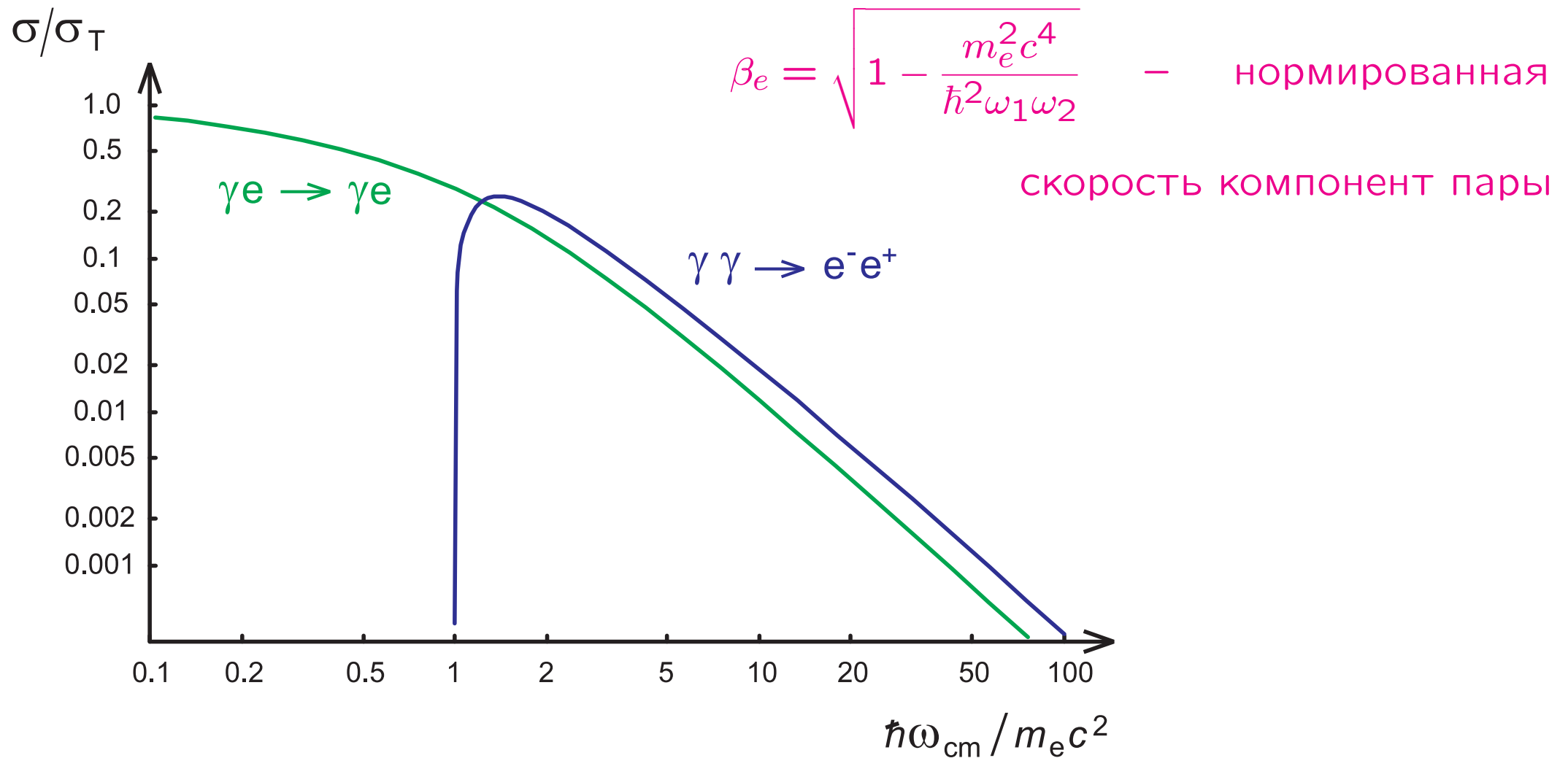
Из условия $\delta E_{ic} < 0.5$ следует, что:

длительность всплеска $t_{grb} \gtrsim 0.03$ с

масштаб переменности $\gtrsim 10^{-3}$ с

Двухфотонное рождение e^-e^+ пар

$$\sigma_{pp} = \frac{3}{16} \sigma_T (1 - \beta_e^2) \left[(3 - \beta_e^4) \ln \frac{1 + \beta_e}{1 - \beta_e} - 2\beta_e(2 - \beta_e^2) \right]$$



Предельная светимость источников жесткого излучения

Оптическая толщина по рождению пар

$$\tau_{pp}(\omega) \sim 0.1 \sigma_T N_{ph}(\omega') R$$

$N_{ph}(\omega')$ – концентрация фотонов с частотой порядка $\omega' = \frac{2m_e^2 c^4}{\hbar^2 \omega}$

R – размер (радиус) источника

Для известной (по наблюдениям) светимости $L(\omega')$

$$N_{ph}(\omega') \sim \frac{L(\omega')}{4\pi R^2 c \hbar \omega'} \quad \Rightarrow \quad \tau_{pp}(\omega) \sim 10^{-2} \ell \frac{\hbar \omega}{m_e c^2}$$

$\ell = \frac{\sigma_T L(\omega')}{R m_e c^3}$ – параметр компактности