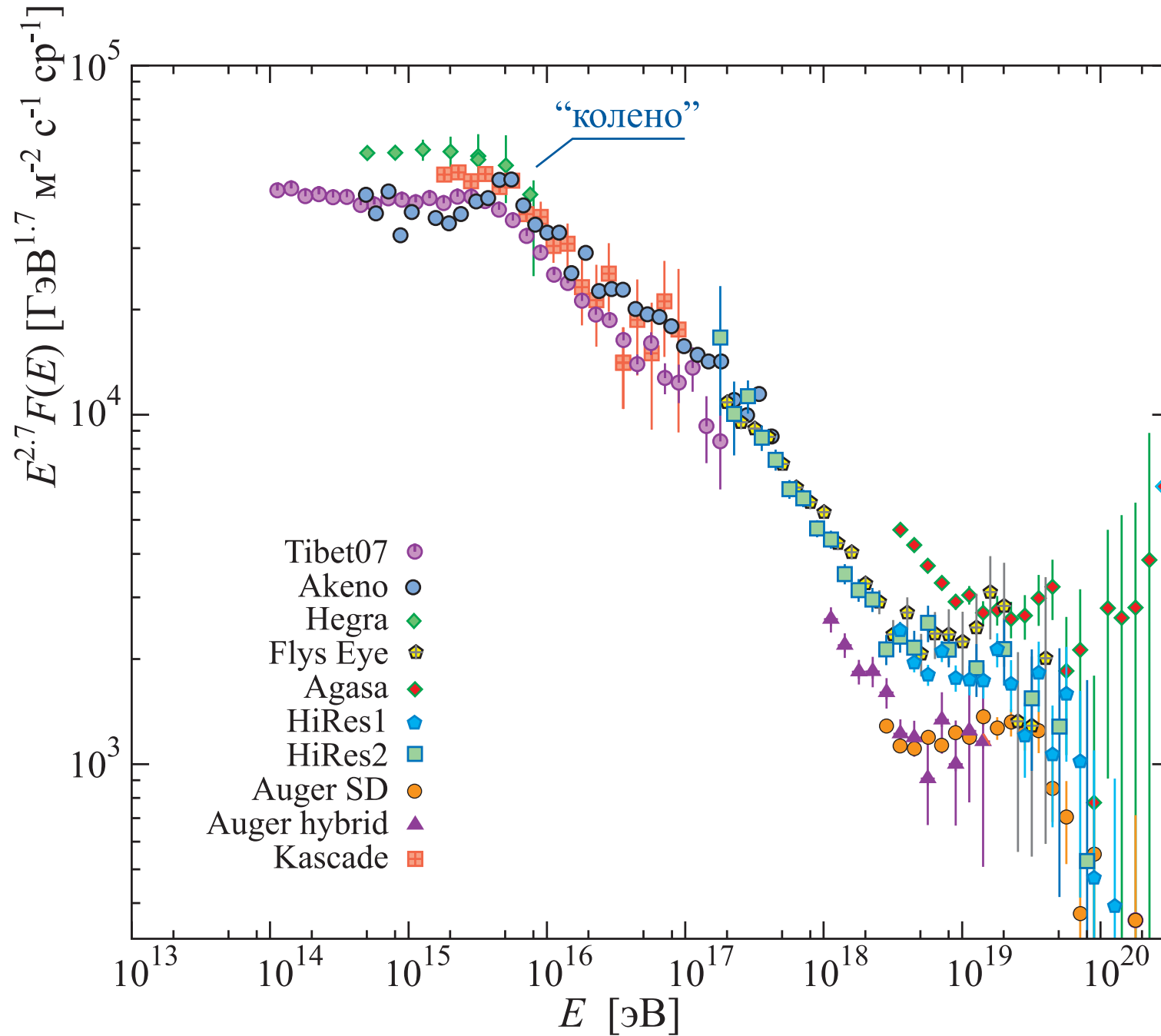


**Волновые и кинетические процессы
в релятивистской плазме
Лекция 10**

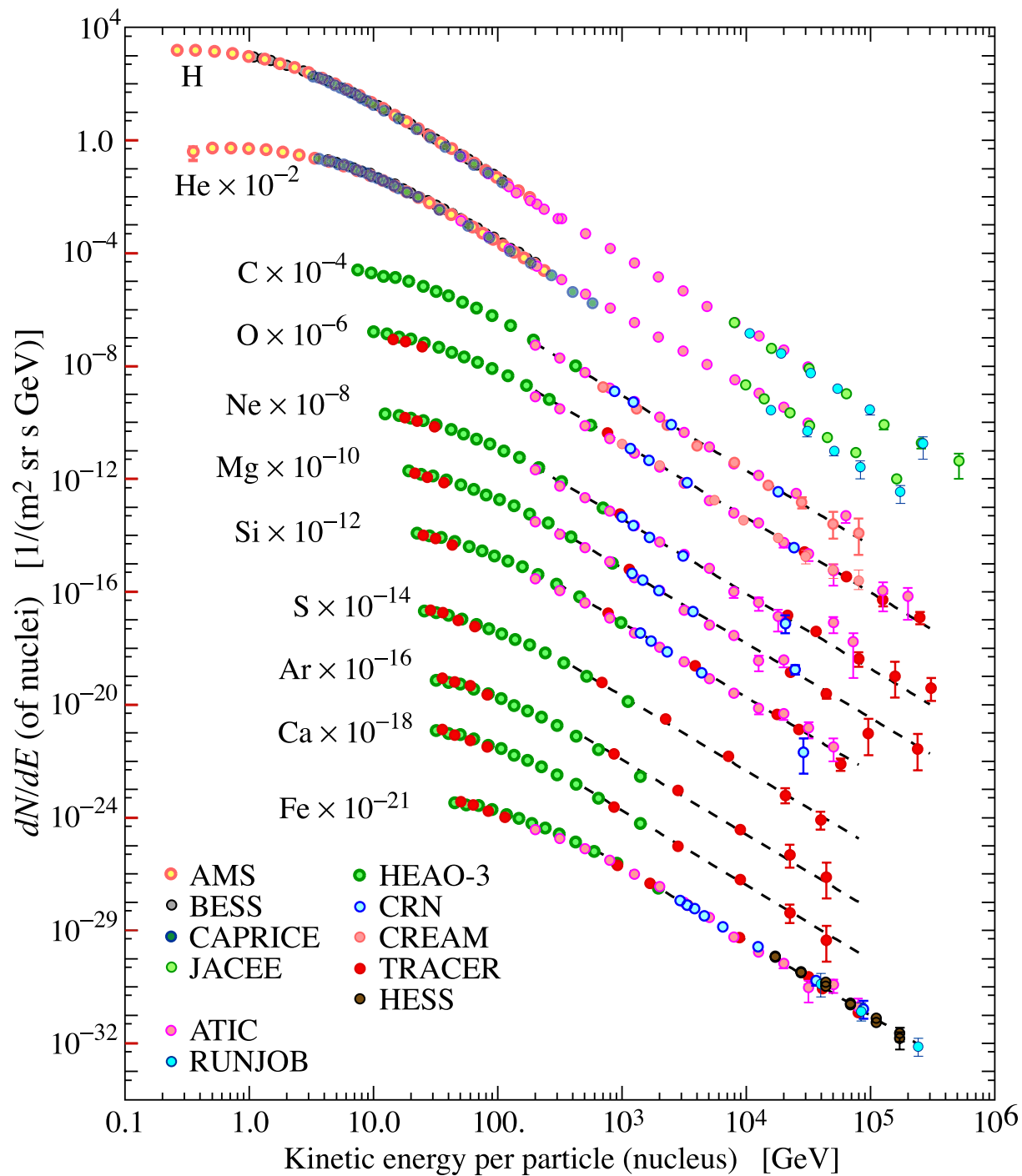
Е.В. Деришев

Институт прикладной физики РАН

Спектр космических лучей

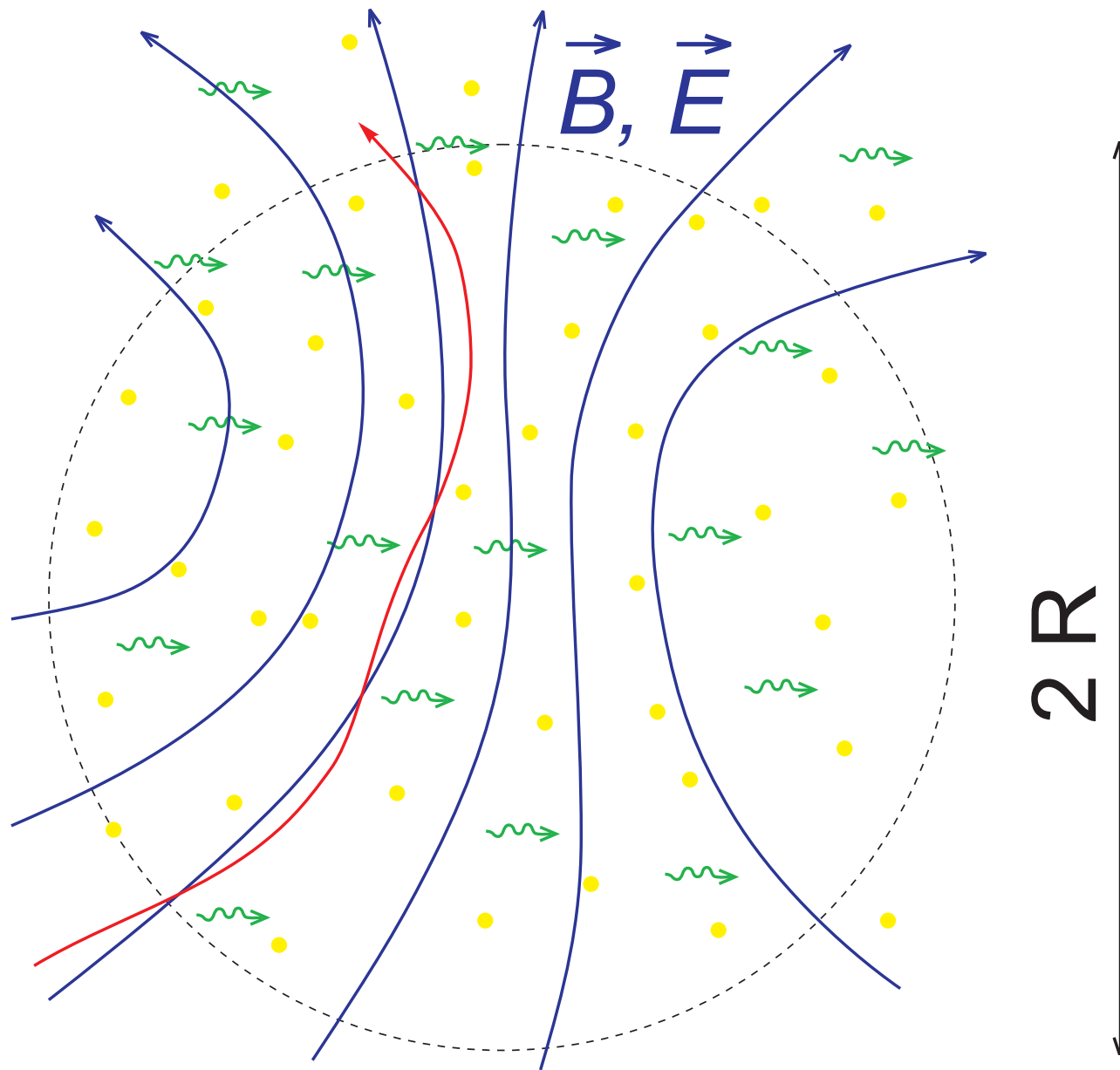


Состав космических лучей



Потери энергии

- синхротронное излучение
- тормозное излучение
- изгибное излучение
- столкновения
- взаимодействие с фотонами



Максимально достижимая энергия частиц

Темп ускорения $\dot{\varepsilon} = qE_{\text{eff}} c \equiv \eta q V c$

$E_{\text{eff}} \equiv \eta V$ – эффективное ускоряющее поле

q, ε – заряд и энергия частицы

Потери на изгибное излучение $\dot{\varepsilon}_{\text{rad}} = \frac{2}{3} \gamma^4 \frac{q^2}{R^2} c$

γ – лоренц-фактор частицы

Ускорение прекращается при $\varepsilon_{\text{max}}^4 = \frac{3}{2} (mc^2)^4 \frac{\eta B R^2}{q}$

m – масса частицы

В отсутствие потерь $\varepsilon_{\text{max}} < qR \times \max\{B, E_{\text{eff}}\}$

Требования к энергетике источника

Энергия электромагнитного поля в ускорителе

$$W_{em} = R^3(B^2 + E^2)/6$$

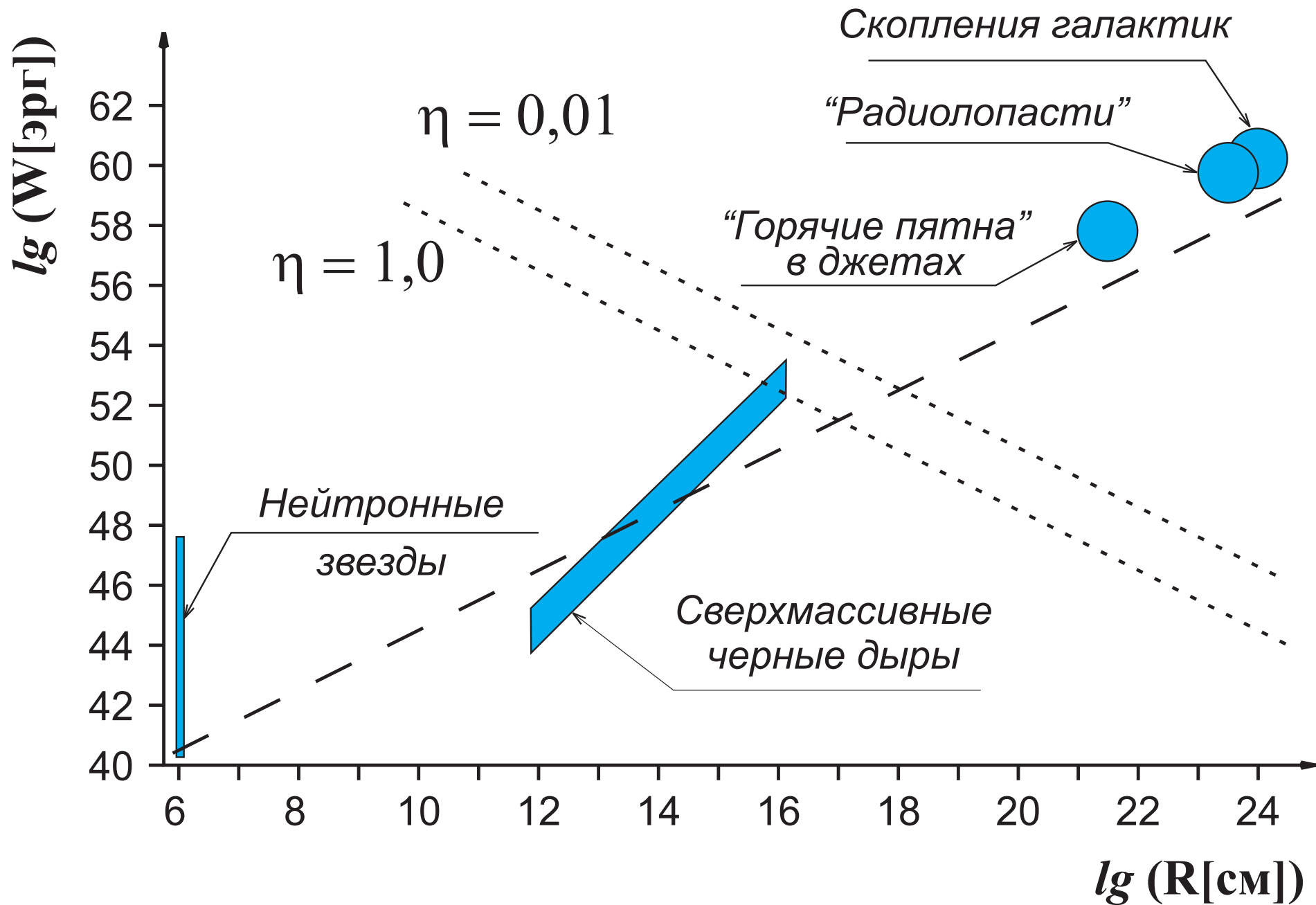
$$W_{em} > \frac{2 q^2}{27 R} \left(\frac{\varepsilon_{max}}{mc^2} \right)^8 \frac{1 + \eta^2}{\eta^2}$$

— если ускорение ограничено потерями на излучение

$$W_{em} > \frac{R}{6} \left(\frac{\varepsilon_{max}}{q} \right)^2$$

— если ускорение ограничено убеганием частиц

Ускорение протонов до 10^{20} эВ



Оптимальный ускоритель

Оптимальный размер ускорителя

$$R^{(\text{opt})} \simeq \frac{2}{3} \frac{\sqrt{1 + \eta^2}}{\eta} \frac{q^2 \epsilon_{\text{max}}^3}{(mc^2)^4}$$

при соответствующем оптимальном магнитном поле

$$B^{(\text{opt})} \simeq \frac{3}{2} \frac{\eta}{1 + \eta^2} \frac{(mc^2)^4}{q^3 \epsilon_{\text{max}}^2}$$

минимизирует требования к энергосодержанию ускорителя:

$$W_{\text{em}}^{(\text{opt})} \simeq \frac{1}{9} \frac{\sqrt{1 + \eta^2}}{\eta} \frac{\epsilon_{\text{max}}^5}{(mc^2)^4}$$

Оптимальный ускоритель (релятивистское течение)

$$W_{\text{em}}^{(\text{opt})} \simeq \frac{1}{9\Gamma^4} \frac{\sqrt{1+\eta^2}}{\eta} \frac{\varepsilon_{\text{max}}^5}{(mc^2)^4}$$

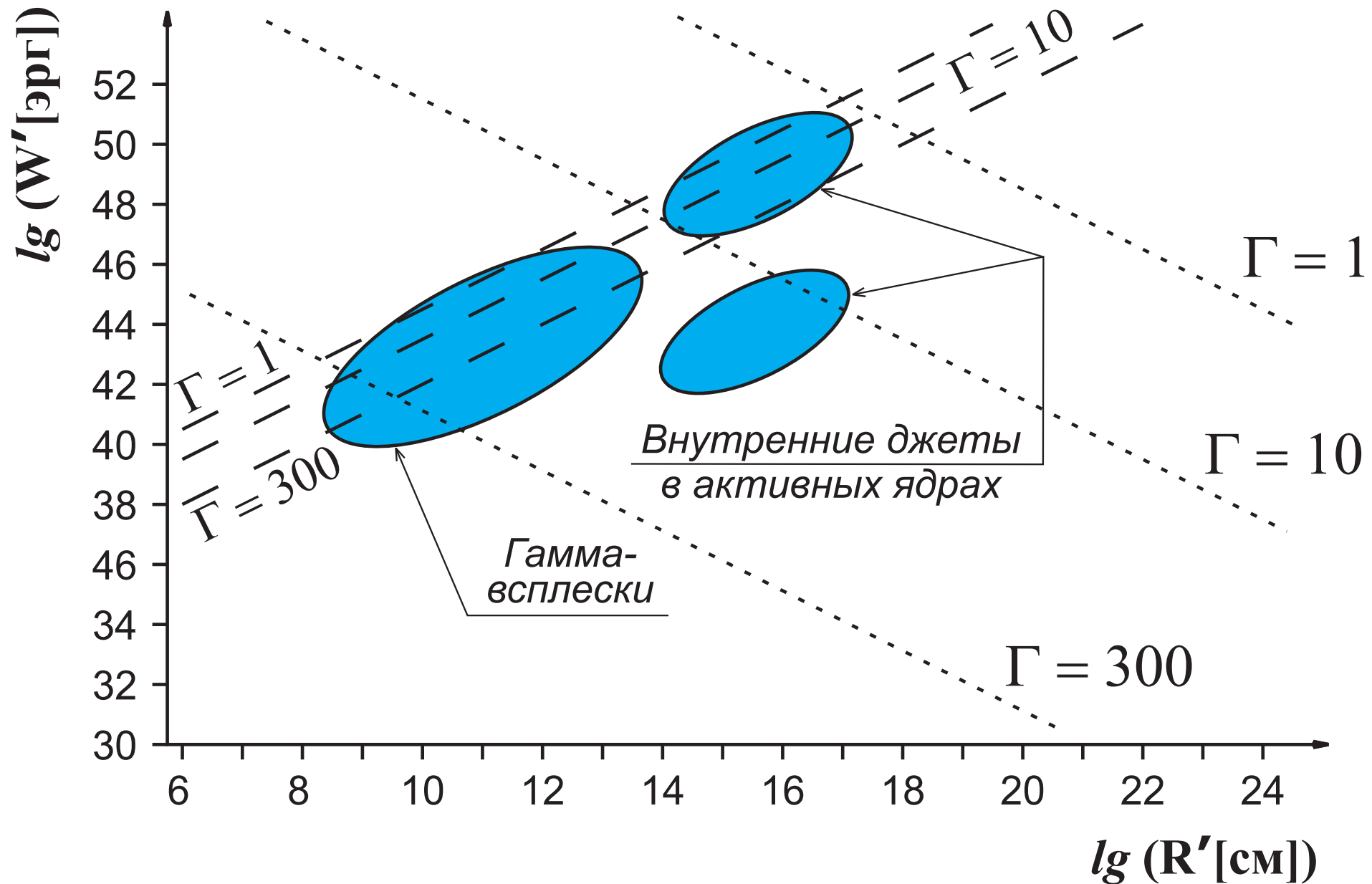
$$R'^{(\text{opt})} \simeq \frac{2}{3\Gamma^3} \frac{\sqrt{1+\eta^2}}{\eta} \frac{q^2 \varepsilon_{\text{max}}^3}{(mc^2)^4}$$

$$B'^{(\text{opt})} \simeq \frac{3\Gamma^2}{2} \frac{\eta}{1+\eta^2} \frac{(mc^2)^4}{q^3 \varepsilon_{\text{max}}^2}$$

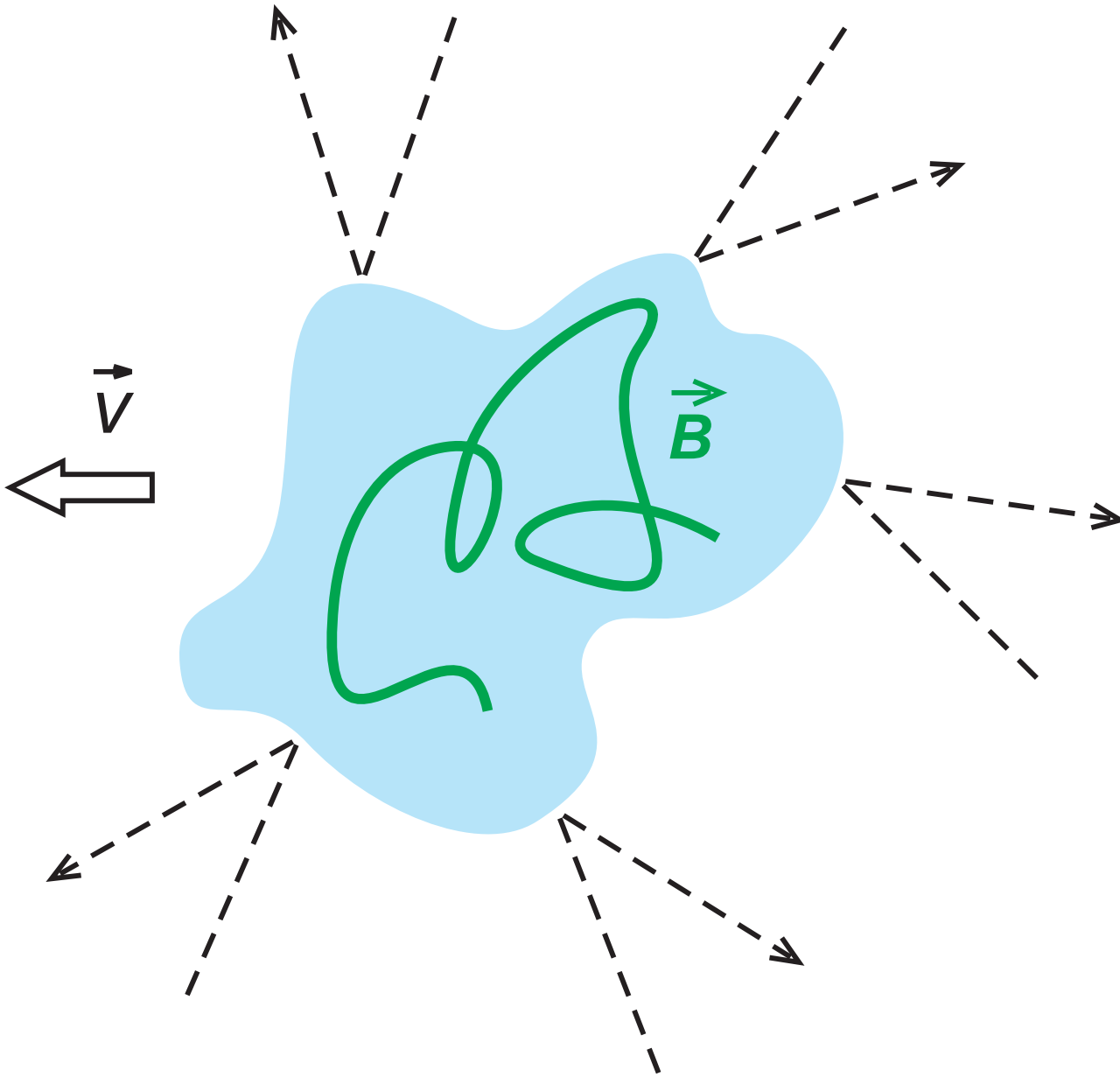
$\Gamma \gg 1$ — лоренц-фактор течения

Величины со штрихом измеряются в сопутствующей системе,
без штриха — в лабораторной

Ускорение протонов до 10^{20} эВ



Механизм Ферми



Изменение энергии
релятивистской частицы
в одном столкновении

$$\Delta\varepsilon = \frac{4}{3} \frac{v^2}{c^2} \varepsilon$$

(в среднем по изотропной
функции распределения)

Ускорение частиц: гидродинамика + кинетика

- Кинетическое уравнение для ускоряемых частиц

$$\frac{\partial f(x, p, t)}{\partial t} + u \frac{\partial f(x, p, t)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\mathcal{D}(x, p) \frac{\partial f(x, p, t)}{\partial x} \right) - \frac{p}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial f(x, p, t)}{\partial p} = Q(x, p)$$

x – координата вдоль нормали к фронту ударной волны

p – импульс частицы

t – время

u – скорость гидродинамического течения

$f(x, p, t)$ – функция распределения ускоряемых частиц

$\mathcal{D}(x, p, t)$ – коэффициент диффузии

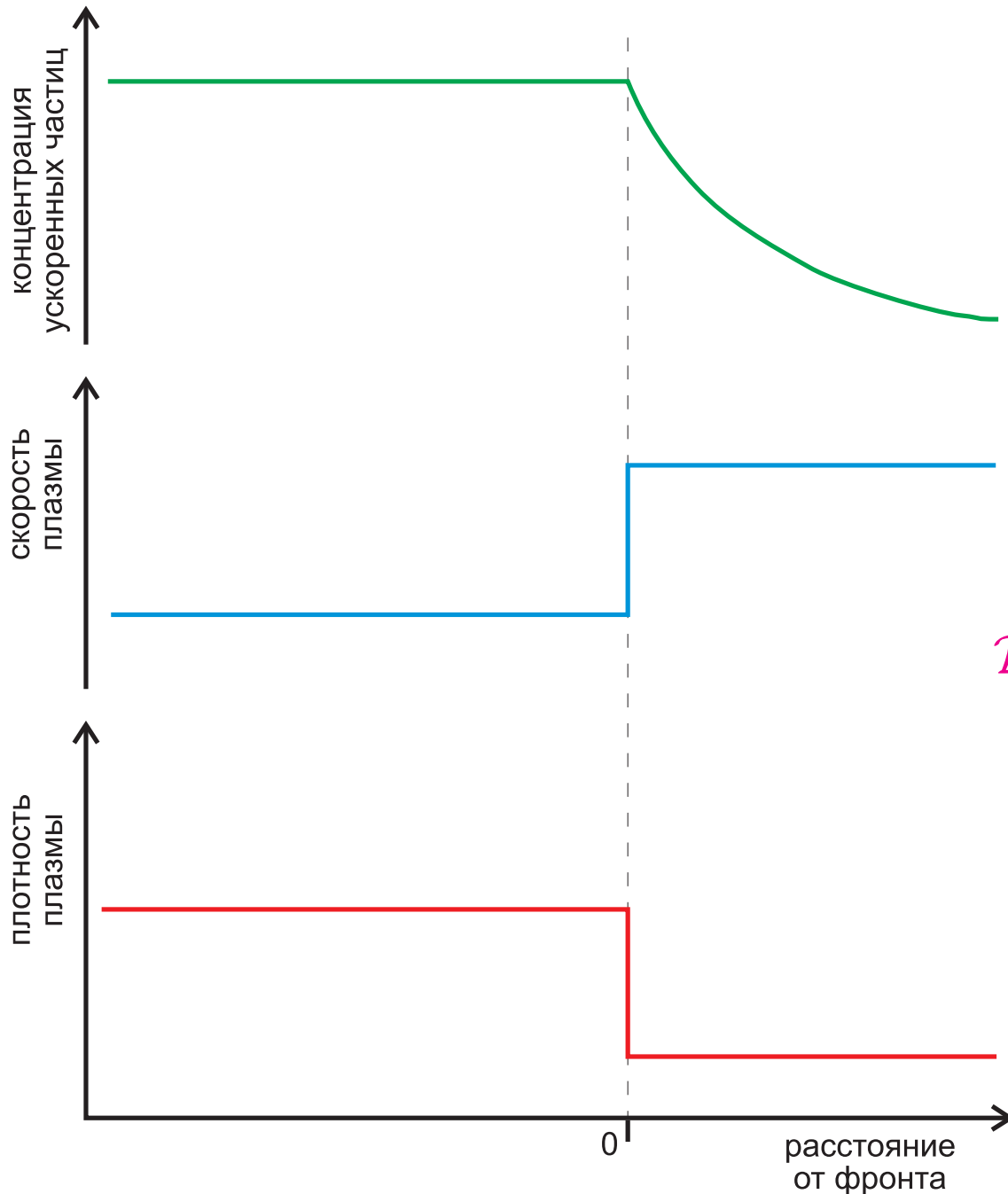
$Q(x, p) = Q_0(p)\delta(x)$ – функция инжекции

- Граничное условие (на фронте ударной волны)

$$\frac{1}{3} (u_1 - u_2) p \frac{\partial f}{\partial p} = \mathcal{D}_2 \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_2 - \mathcal{D}_1 \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_1 + Q_0(p)$$

(1) и (2) – области течения перед фронтом ударной волны и за ним

Ускорение на ударной волне



Темп ускорения

$$\dot{\varepsilon} \approx \frac{1}{6} \frac{r-1}{r} \frac{V^2}{D} \varepsilon \quad \left(\eta \approx \frac{V^2}{c^2} \right)$$

$$r = \frac{u_1}{u_2} \leq 4 \text{ — степень сжатия в ударной волне}$$

V — скорость ударной волны

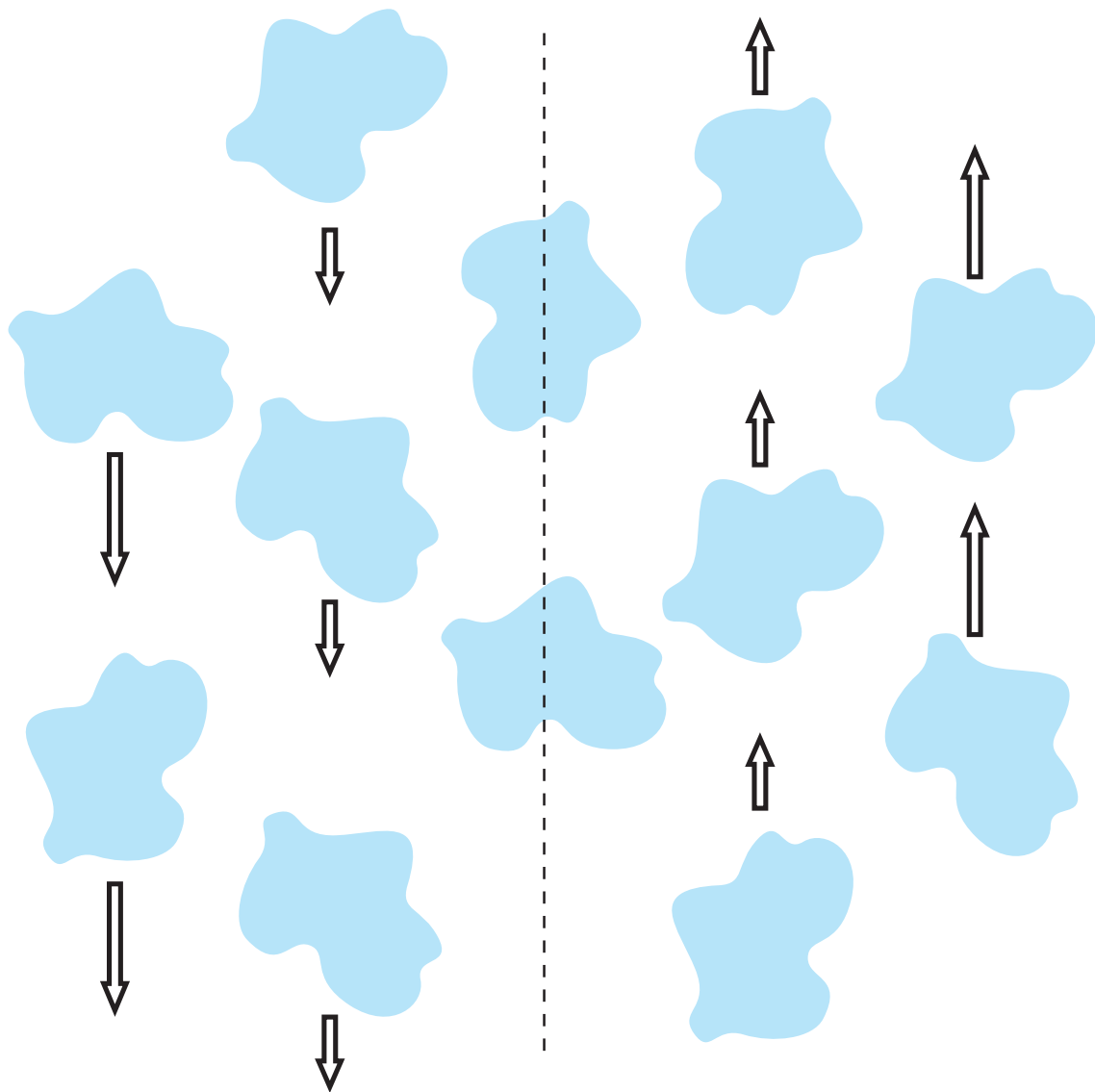
$$D = \frac{pc^2}{3eB} \text{ для боровской диффузии}$$

Спектр ускоренных

частиц $\frac{dN}{d\varepsilon} \propto \varepsilon^{-\alpha}$

$$\alpha = -\frac{r+2}{r-1}$$

Ускорение в сдвиговых течениях



Темп ускорения

$$\dot{\varepsilon} = 3\mathcal{D} \left(\frac{\nabla V}{c} \right)^2 \varepsilon$$

Для боровской диффузии

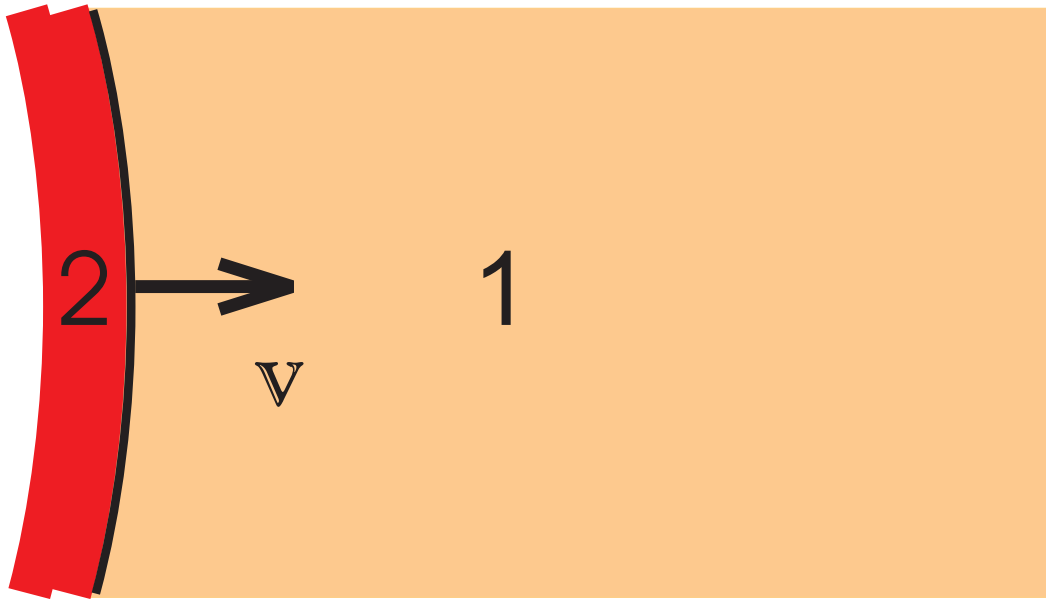
$$\dot{\varepsilon} = \frac{(\nabla V)^2}{\omega_B} \varepsilon = \frac{(\nabla V)^2}{eBc} \varepsilon^2$$

ε – энергия частицы

ω_B – гирочастота

$$\mathcal{D} = \frac{c^2}{3\omega_B}$$

Релятивистская ударная волна



Ультрарелятивистский предел адиабаты Тауба:

$$\begin{cases} p_2 \equiv \frac{1}{3}e_2 = \frac{2}{3}\Gamma^2(n_1 mc^2 + p_1) \\ n_2 = 2\Gamma^2 n_1 \\ \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\Gamma \end{cases}$$

Γ и γ – лоренц-факторы ударной волны и вещества,
 e – плотность энергии, p – давление,
 n – концентрация,
 mc^2 – энергия покоя частиц

Средняя энергия частиц за фронтом: $\varepsilon_2 = \frac{1}{2}\Gamma^2 mc^2$,
средняя концентрация в собственной системе: $n'_2 = 2\sqrt{2}\Gamma n_1$

Существует два критерия малости:

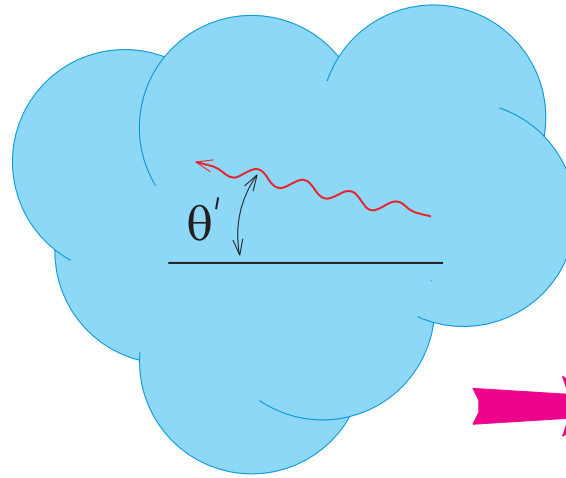
вероятность превращения заряженной частицы в нейтральную $\ll 1$
и вероятность обратного превращения $\ll 1/\Gamma^2$

Преобразования Лоренца (напоминание)

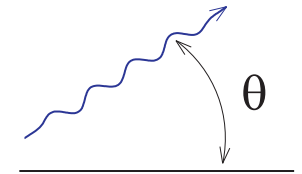
- Углы: $\cos \theta = \frac{\beta - \cos \theta'}{1 - \beta \cos \theta'}$; $\cos \theta' = \frac{\beta - \cos \theta}{1 - \beta \cos \theta}$
- Интенсивность: $I'_\omega(\omega') = \delta^3 \times I_\omega(\omega)$
- Частота: $\omega' = \delta \times \omega$

$\delta = \gamma(1 - \beta \cos \theta)$ —
доплер-фактор.

**Сопутствующая
система**



**Лабораторная
система**

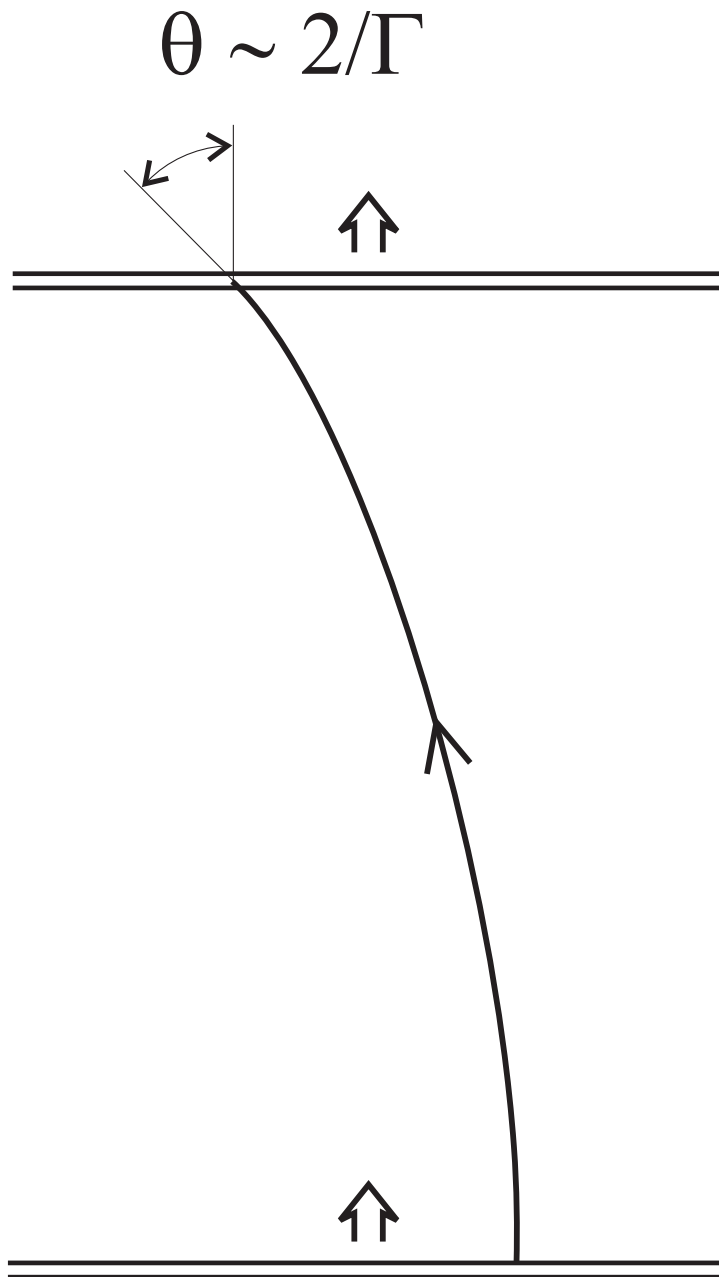


$v \sim c$

Для малых углов
можно использовать

$$\theta \simeq \frac{2}{\sqrt{(\gamma\theta')^2 + 1}} \quad \text{и} \quad \delta \simeq \frac{(\gamma\theta')^2 + 1}{2\gamma}$$

Ускорение на релятивистской ударной волне



Распределение ускоренных частиц сильно коллимировано.

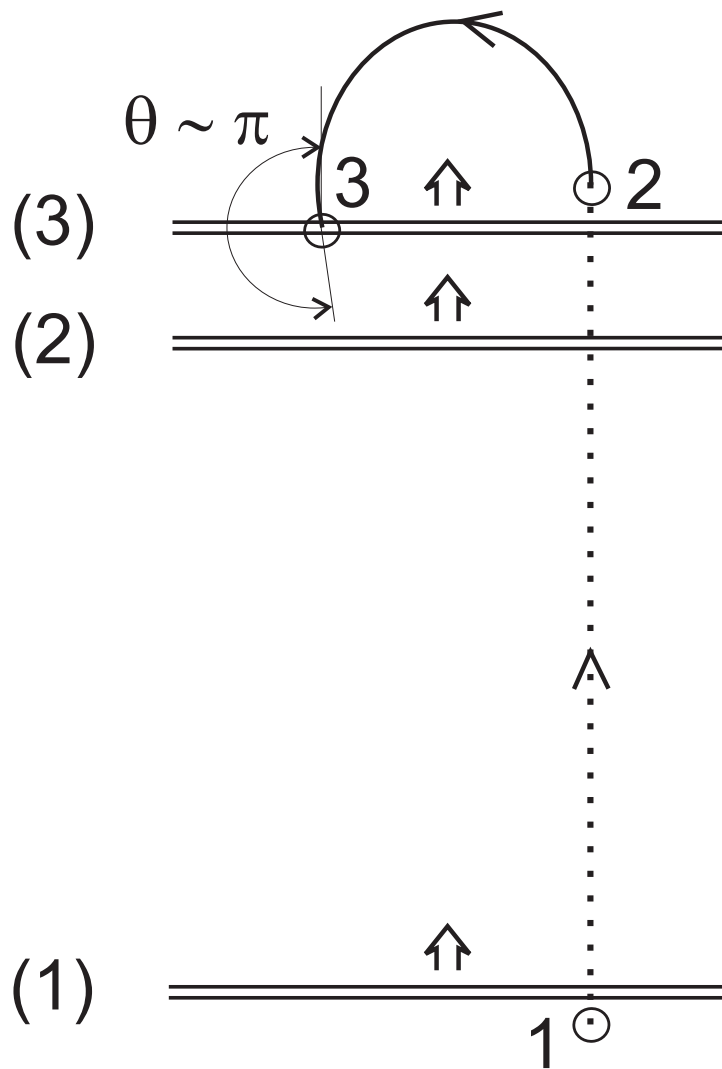
Увеличение энергии в $g = (1/2) (\Gamma\theta)^2 \simeq 2$ раз за цикл

Вероятность выхода частицы из ударной волны должна быть ~ 1 для эффективного ускорения. Эта вероятность зависит от геометрии силовых линий.

Благоприятная геометрия: $\frac{dN}{d\varepsilon} \propto \varepsilon^{-\frac{22}{9}}$

“Реалистичная” геометрия: очень мягкие спектры, энергия частиц около $\Gamma^2 mc^2$
(Niemiec & Ostrowski, ApJ 2006;
Lemoine, Pelletier & Revenu, ApJ 2006)

Ускорение с конверсией частиц



Изотропизация во внешней среде ($\theta \sim 1$)
приводит к увеличению энергии

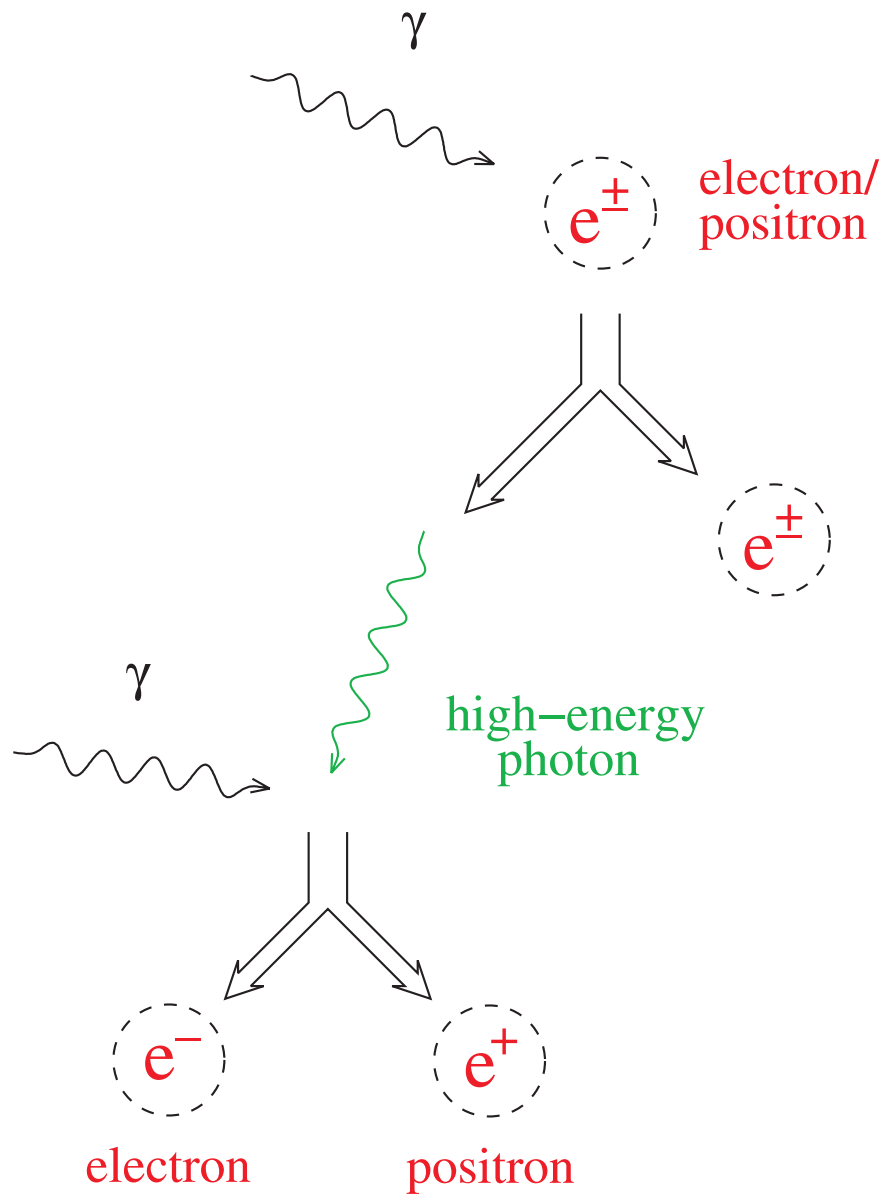
в $g = \frac{1}{2} (\Gamma \theta)^2 \sim \Gamma^2$ раз за цикл

Столкновения с фотонами обратимо
“превращают” ускоряемые частицы в
нейтральные

⇒ **Конверсионный механизм
ускорения**

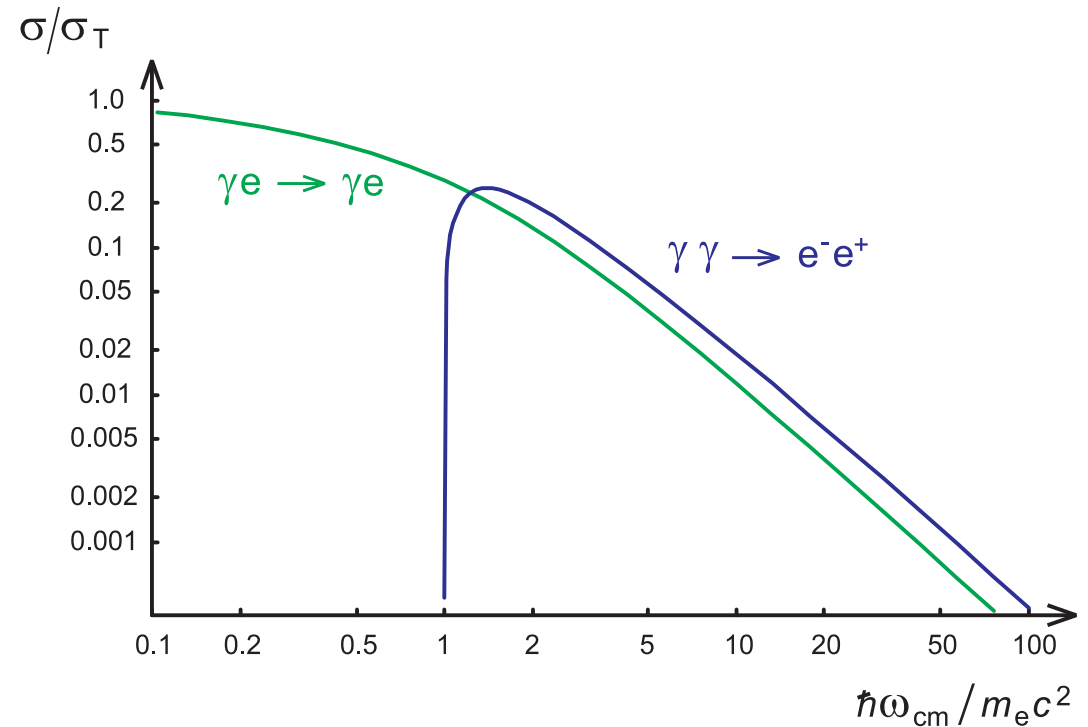
- (1) – превращение частицы в нейтральную
- (2) – обратное превращение в заряженную
- (3) – встреча с фронтом ударной волны

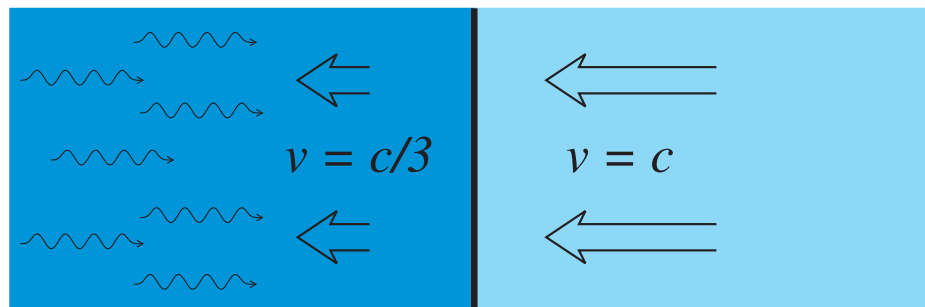
Конверсия для электронов и позитронов



Рассеяние фотонов идет
в клейн-нишиновском режиме

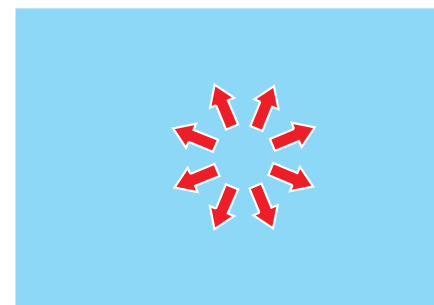
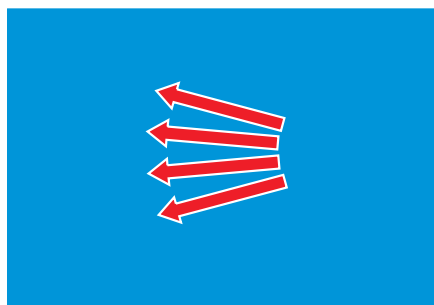
$$(\varepsilon_\gamma^{\text{c.o.i.}} \gtrsim m_e c^2) !$$





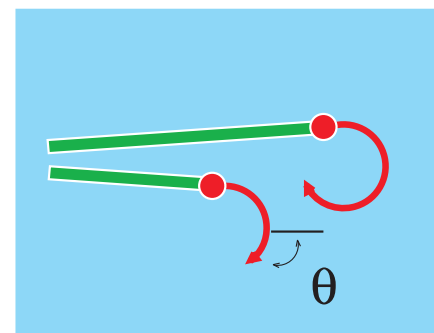
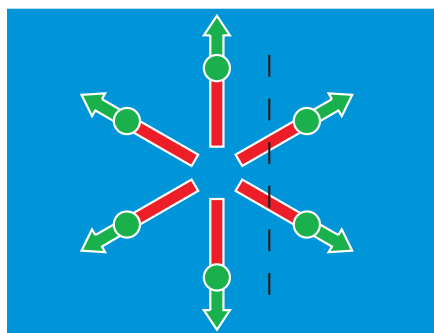
Сопутствующая система

Лабораторная система



Преобразование
←
Лоренца

Изотропизация
+ конверсия



Преобразование
→
Лоренца
+ конверсия
и разворот

Спектр ускоренных частиц

Огибающая спектра для случая моноэнергетической инжекции:

$$\frac{dN}{d\varepsilon} \propto \varepsilon^{-\alpha}$$

$$\alpha = 1 - \frac{\ln p_{\text{сп}}}{\ln g} \quad \text{— показатель спектра}$$

$p_{\text{сп}}$ — вероятность конверсии

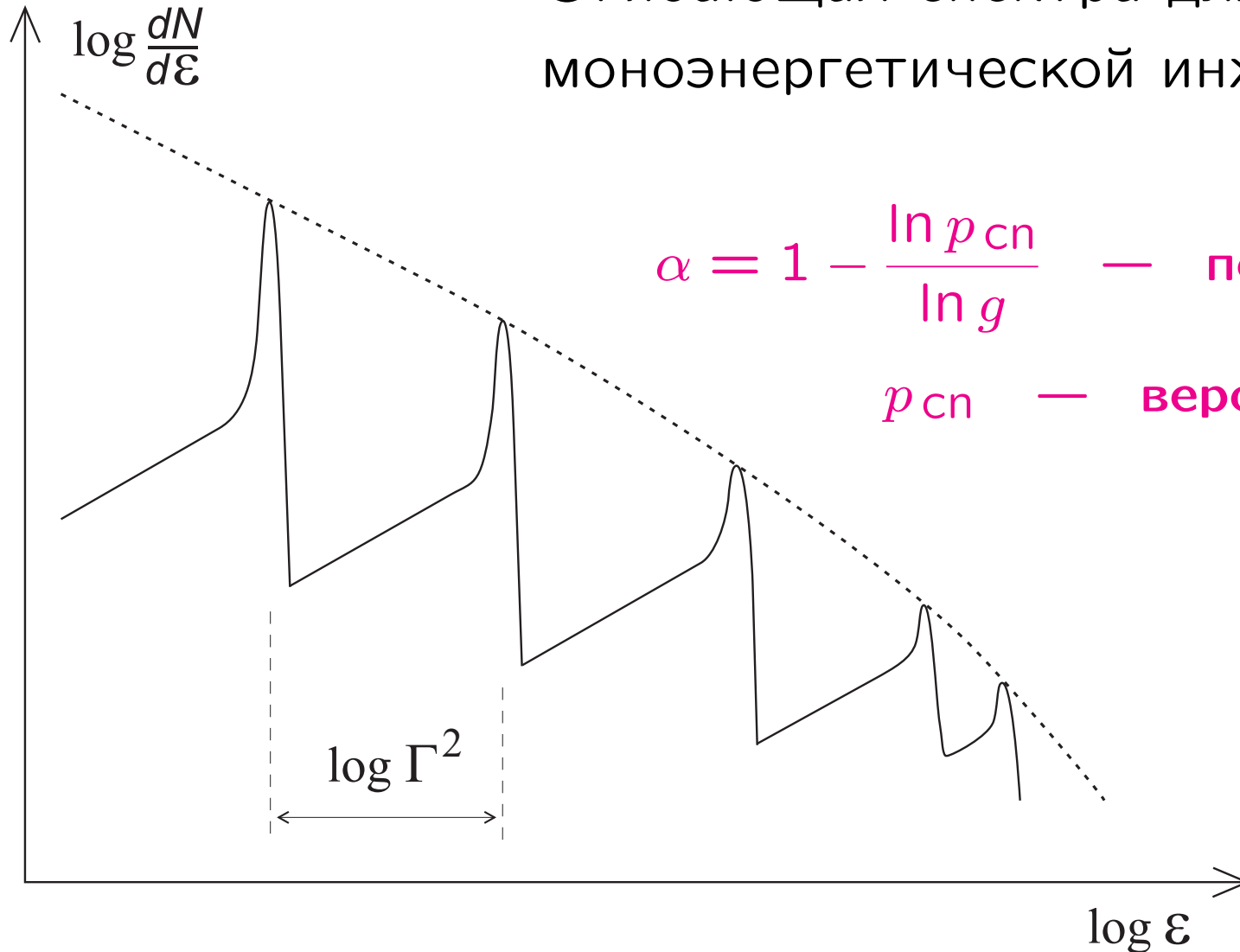
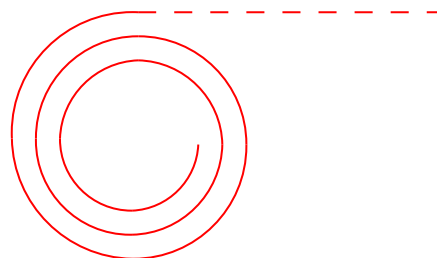


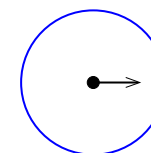
Диаграмма направленности сопутствующего излучения

- Низкоэнергичные частицы

$$\varepsilon \ll \varepsilon_{cr}$$



Сопутствующая система

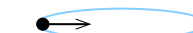
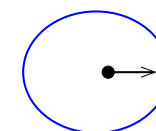
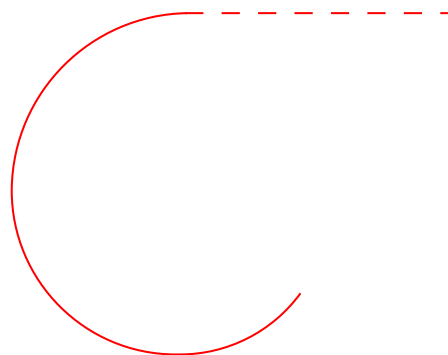


Лабораторная система



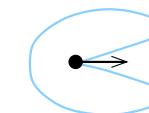
- Частицы критической энергии

$$\varepsilon \simeq \varepsilon_{cr}$$



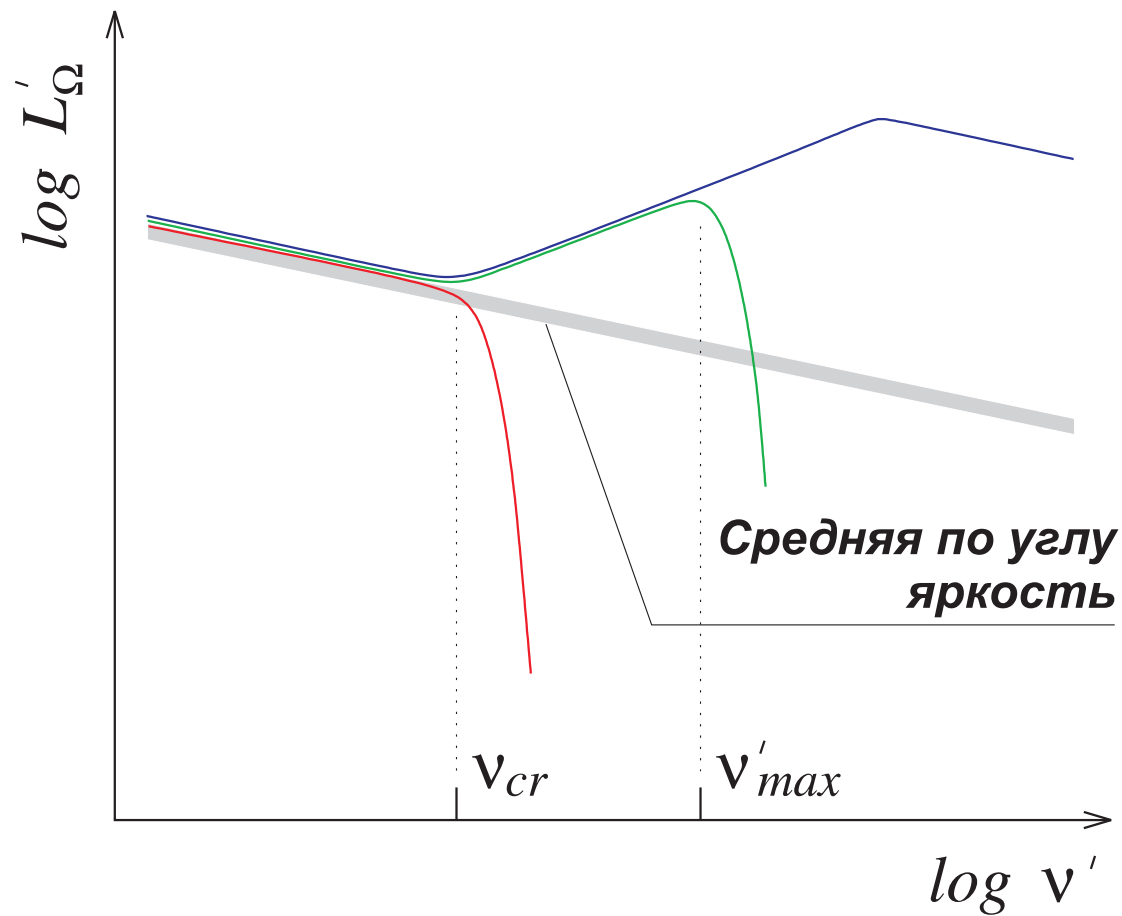
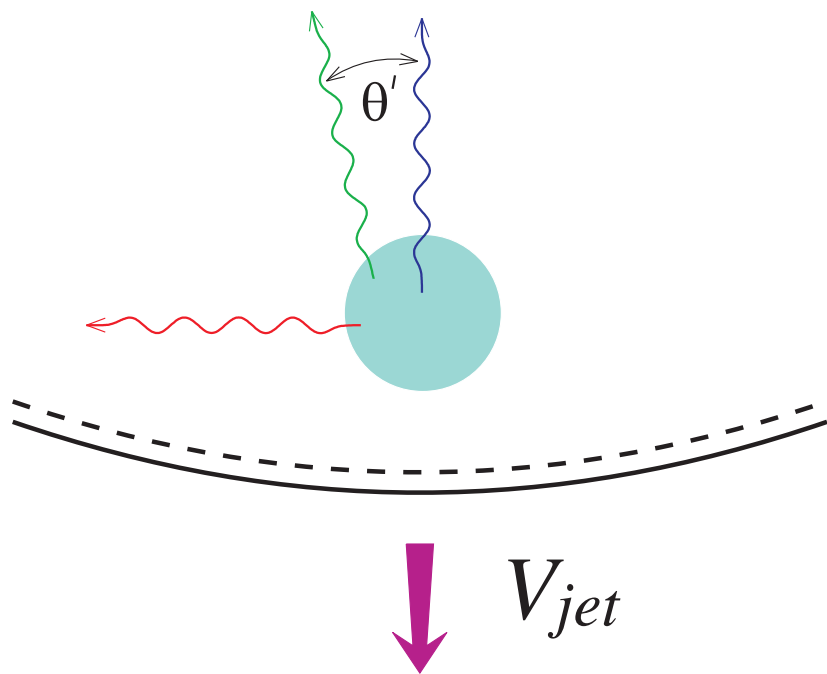
- Высокоэнергичные частицы

$$\varepsilon \gg \varepsilon_{cr}$$



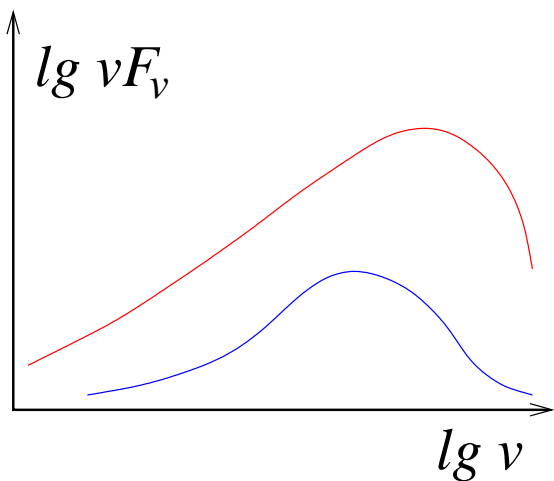
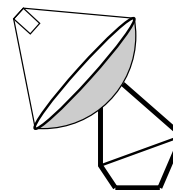
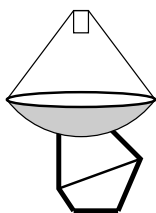
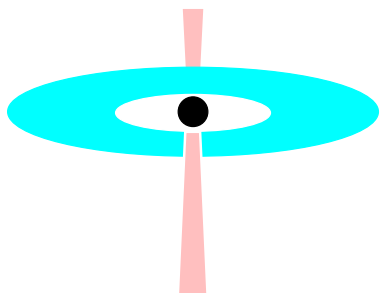
$$\varepsilon_{cr} = \frac{3 (m_e c^2)^2}{2 e^{3/2} B^{1/2}}; \quad h\nu \sim 100 \times \Gamma \text{ МэВ} \quad \text{— для синхротронных потерь}$$

Изменение спектра для сверхкритических частиц

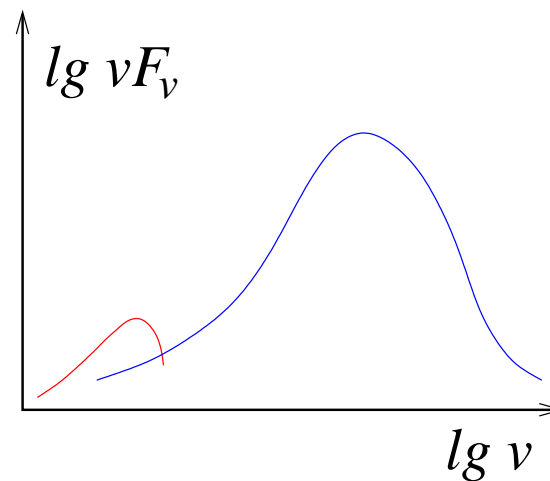


Зависимость спектра от угла наблюдения

(неотождествленные источники жесткого излучения)



Вид по оси



Вид сбоку